



**زیربرنامه:**

MetricDefine

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **توسعه دهندگان** | مرتضی نامور |  |
| کامیار صفری |  |
| **تهیه کنندگان مستند** | مرتضی نامور، کامیار صفری | |
| **تاییدکنندگان** | مرتضی نامور | |
| **تاریخ تنظیم سند** | 24/10/1396 | |
| **شناسه سند** |  | |
| **زبان برنامه‌نویسی** | **Fortran 90** | |

1. وظایف

این زیربرنامه، اطلاعات کلی شبکه را از ورودی دریافت کرده و بر روی گره ها و المان‌های آن، متریک فیلدی را تعریف میکند که نشان دهنده ی میزان و جهت کشیدگی هر گره ی شبکه باشد.

1. توضیحات و تئوری­ها

یکی از مفاهیم اصلی در بحث درشت‌سازی شبکه ها، ایجاد متریک فیلد بر روی المانهای شبکه می‌باشد. مشخصات تعریف شده در متریک فیلدها، در نهایت در محاسبه‌ی حجم المانها و همچنین طول اضلاع بین گره‌ها تاثیرگزار است. در فرایند تشخیص نقاط قابل حذف شبکه، برای دستیابی به متریک گره‌ها، ابتدا باید آن را بر روی سلولها یا المانها تولید کنیم. به طور کلی، متریکها ماتریسهای حقیقی و مثبت معین و مربعی متقارنی هستند که بعد آنها برابر با ابعاد فضای شبکه می باشد.

برای تولید متریک بر روی سلولها یا المان‌ها، از رابطه‌ی زیر استفاده میکنیم:



در رابطه­ی فوق و d برابر با ابعاد فضا می­باشد. در این رابطه با ضرب دو ماتریس با ابعاد و با ابعاد یک ماتریس با ابعاد به وجود می­آید. در جلوی علامت با توجه به ابعاد فضا، 1 یا 3 یا 6 ماتریس به ترتیب برای 1 بعدی، 2 بعدی و 3 بعدی حاصل می­شود که پس از جمع همه­ی ماتریس­ها با هم، معکوس آن حساب شده و در CM ضرب می­شود و تانسور متریک MT بر روی المان T تولید می­شود.

به منظور تولید فضای متریک برای شبکه‏ی داده شده، در ابتدا نیاز است برای هر المان در شبکه­ی داده شده یک تانسور متریک تعریف شود. فرض می­کنیم Th معرف شبکه­ی مثلثی یک دامنه­ی چند وجهی باشد که توسط مجموعه­ای از گره­ها به نام N و مجموعه­ی T از المان­های مثلثی در دو بعد یا المان­های چهاروجهی[[1]](#footnote-1) در سه بعد که گره­های آن از اعضای مجموعه­ی N می­باشد، تشکیل می­شود.

در مرحله­ی بعدی(یعنی در این زیربرنامه) می­بایست تانسورهای متریک تولید شده بر روی المان­های شبکه، بر روی گره­های شبکه درونیابی شوند. لذا می­بایست در نهایت تانسورهای متریک بر روی گره­های شبکه­ی ریز تعریف شوند تا همانند تانسورهای تعریف شده بر روی المان­ها، بر روی هر نقطه در دامنه­ی محاسباتی معرف طول و جهت کشیدگی المان باشند.

مطلوب است که یک درونیابی از تانسورهای متریک تعریف شده بر روی المان­هایی که شامل یک گره­ می­شوند، بر روی آن گره انجام شود. برای این منظور مجموعه­ی به گونه­ای تعریف می­شود که اعضای آن شامل المان­های T می­باشد که در گره­ی مشترک هستند. ماتریس متریک بر روی گره­ی با استفاده از رابطه­ی زیر به دست می­آید:



معرف تعداد اعضای مجموعه­ی می­باشد. تابعی از ماتریس بر اساس فرم قطری شده­ی آن به صورت می­باشد که به صورت با تعریف مشابهی برای محاسبه می­شود. توان­های و برای این منظور انتخاب شده­اند که به رابطه­ی ‏(2) معنای متوسط­گیری از مشخصه­های اندازه­ی شبکه بر روی المان­های که با گره­ی مجاورت دارند، بدهد.

این زیربرنامه، بدنه‌ی اصلی بخش تولید متریک فیلد بر روی سلولها و گره‎های شبکه می باشد. روش کلی کار این زیربرنامه به این صورت است که ابتدا متریک فیلد بر روی تک تک سلولهای شبکه تولید میشود، سپس بر اساس متریک فیلد تولید شده بر روی سلول‌ها، برای گره‌های شبکه نیز متریک فیلدها درونیابی میشوند.

در مرحله‌ی تولید متریک بر روی سلولهای شبکه، برای دقت بیشتر در محاسبات، در صورتی که المانها، چهارضلعی باشند، آنها را به مثلثی تبدیل میکنیم. یعنی یک المان چهارضلعی را به وسیله ی یک ضلع فرضی به دو المان مثلثی تبدیل کرده و کشیدگی هر دو المان به دست آمده را جداگانه محاسبه میکنیم.

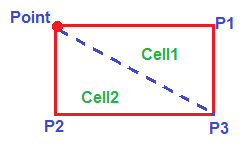
روش کلی محاسبه ی متریک برای هر گره به این صورت است که با انتخاب هر گره، متریک سلولهای مجاور آن گره را محاسبه کرده و با یکدیگر جمع و میانگیری میکنیم، با اینکار متریک مربوط به گره ها به دست می آید.

1. بخش های زیربرنامه
2. پیمایش تمامی نقاط شبکه

کد این بخش به طور کلی دارای یک حلقه‌ی اصلی می باشد که در هربار تکرار، یکی از نقاط شبکه را انتخاب کرده و متریک مربوط به آن را محاسبه میکند. در این بخش در ابتدا آرایه ی نگهدارنده ی متریک های گره ای را با مقدار اولیه‌ی صفر مقداردهی کرده، سپس تمامی نقاط شبکه را با استفاده از یک حلقه پیمایش میکنیم. در ابتدای حلقه با استفاده از یک شرط بررسی میکنیم که نقطه در شبکه وجود داشته باشد.

1. پیمایش سلولهای متصل به نقطه‌ی انتخاب شده

در این بخش، پس از انتخاب هر نقطه، سلولهای متصل به نقطع ی انتخاب شده را پیمایش میکنیم. اساس کار به این صورت است که سلولهای چهار ضلعی را به دو سلول سه ضلعی تقسیم میکنیم. تقسیم بندی مورد نظر به صورت زیر انجام میگیرد:



1. تقسیم منطقی یک المان چهارضلعی به دو المان مثلثی

در شکل بالا، نقطه ی مورد نظر که میخواهیم متریک آن را محاسبه کنیم، Point، و خط چین آبی رنگ، خط فرضی تقسیم سلول به دو سلول سه ضلعی می باشد.

1. یافتن نقاطی از سلول که برای تبدیل المان چهارضلعی به مثلثی

برای تقسیم شکل قبلی به دو سلول مثلثی،، ابتدا نقطه ی P1 را برای حذف انتخاب کرده و آن را حذف میکنیم و Cell1 را به دست می آوریم. به همین ترتیب برای Cell2، نقطه ی P2 را حذف میکنیم. واضح است که اینکار را لازم نیست برای سلولهای مثلثی انجام دهیم. بنابراین در ابتدا تعداد نقاط سلول را بررسی میکنیم و در صورتی که تعداد نقاط 4 باشد کدهای تشخیص نقطه قابل حذف را اجرا میکنیم.

برای اینکار Faceهای سلول مورد نظر را پیمایش میکنیم. ضلعی که یکی از نقاط آن برابر با Point باشد را انتخاب کرده و نقطه ی دیگر آن را به عنوان نقطه ی قابل حذف انتخاب میکنیم و در آرایه مربوطه ذخیره میکنیم.

1. پیمایش نقاط تشخیص داده شده در مرحله قبل

نقاط قابل حذفی که در مرحله ی قبل برای تقسیم سلول به دو سلول سه ضلعی در یک آرایه ذخیره کرده بودیم را در این بخش توسط یک حلقه پیمایش میکنیم.

پس از آن در ابتدای حلقه، در یک لوپ داخلیتر، نقطه ای که با حذف نقطه ی مورد نظر، Point با آن متصل خواهد شد را به دست می آوریم. به عنوان مثال فرض کنید در شکل زیر، بخواهیم برای تقسیم سلول، ابتدا P1 را حذف کنیم. با اینکار Point منطقا به P3 متصل خواهد شد. در این بخش این نقطه تشخیص داده خواهد شد.

1. ذخیره اضلاع هر سلول در یک آرایه موقت

در این بخش اضلاع سلول مورد نظر را پیمایش میکنیم. در هر بار تکرار، در صورتی که نقطه ای برابر با نقطه ی حذف شدنی باشد، آن را به نقطه ای که در مرحله قبل تشخیص دادیم تبدیل میکنیم. سایر نقاط را نیز بدون تغییر در آرایه ی مربوطه ذخیره میکنیم.

1. افزودن اضلاع هر سلول به یک آرایه‌ی نهایی

بدیهی است که با انجام حذف منطقی یکی از گره ها از سلول در مرحله ی قبل و تبدیل نقاطی که برابر با آن نقطه هستند به یک نقطه دیگر، نقاط ابتدا و انتهای یکی از اضلاع با هم برابر خواهند بود. در این بخش با استفاده از یک حلقه، این اضلاع را در نظر نگرفته و نقاط ابتدا و انتهای سایر اضلاع را در یک آرایه ی دیگر ذخیره میکنیم.

1. ضرب هر ضلع در ترانهاده‌ی خودش و جمع آن با سایر حاصلضربها

با توجه به اینکه در رابطه‌ی مربوط به محاسبه‌ی متریک المانها داشتیم:



بایستی مختصات در ضلع را در ترانهاده‌ی آن ضلع ضرب کنیم. نتیجه‌ی ضرب یک ماتریس مربعی خواهد بود. در این بخش داده های مورد نیاز هر دو آرایه را مقداردهی کرده و سپس آنها را با استفاده از فراخوانی یک زیربرنامه در یکدیگر ضرب مینماییم. پس از ضرب، نتیجه را با حاصلضرب مربوط به سایر اضلاع جمع میکنیم.

1. محاسبه‌ی متریک مربوط به المان انتخاب شده

با توجه به رابطه‌ی ذکر شده برای محاسبه‌ی متریک هر المان، پس از ضرب هر ضلع در ترانهاده‌ی خود آن و جمع آن با سایر حاصلضربها، بایستی نتیجه را معکوس کنیم. معکوس کردن نتیجه را با فراخوانی یک زیربرنامه انجام داده و در انتها عدد را که در دو بعدی برابر با 1.5 و در سه بعدی برابر با 2 می باشد را در نتیجه‌ی نهایی ضرب میکنیم.

1. تجزیه‌ی متریک سلولی محاسبه شده به مقادیر منفرد آن

پس از انتخاب و محاسبه ی متریک مربوط به هر المان، باید متریک فیلد آن را به توان برسانیم. برای اینکار میتوانیم ماتریس مربوط به متریک فیلد سلول را به مقادیر و بردارهای ویژه ی آن تجزیه کرده و سپس ماتریس قطری مربوط به بردارهای ویژه ی آن را به توان برسانیم. برای اینکار با فراخونی یک زیربرنامه، ماتریس را تجزیه میکنیم و در ادامه با استفاده از یک حلقه، ترانهاده‌ی ماتریس بردارهای ویژه ی آن را محاسبه میکنیم.

1. به توان رساندن مقادیر ویژه و ضرب دوباره‌ی آن در بردارهای ویژه

پس از تجزیه‌ی ماتریس مربوط به متریک فیلد هر سلول، ماتریس قطری مربوط به مقادیر ویژه‌ی آن را میتوانیم به توان برسانیم. پس از به توان رساندن ماتریس، آن را مجددا در بردارهای ویژه ی ماتریس ضرب میکنیم و در انتها نتیجه‌ی آن را به سایر نتایج مربوط به تجزیه‌ی سلولهای دیگر متصل به نقطه‌ی مورد نظر اضافه میکنیم.

1. به توان رساندن مقادیر ویژه ی ماتریس نهایی و ضرب دوباره‌ی آن در بردارهای ویژه

طبق رابطه‌ی مورد نظر، پس از محاسبه‌ی کلی ماتریس های مربوط به سلولهای متصل به هر گره، بایستی آن را در ضرب کنیم. که در آن card(T)، به معنی تعداد سلولهای متصل به نقطه‌ی مورد نظر می باشد و متریک‌های آن را در حلقه‌ی قبلی بررسی و تجزیه کرده ایم.

در انتها، ماتریس نهایی را باید به توان -2 برسانیم. برای اینکار باید دوباره ماتریس نهایی را به بردارها و مقادیر ویژه تجزیه کرده و ماتریس قطری مربوط به مقادیر ویژه ی آن را به توان -2 برسانیم و در انتها، ماتریس مقادیر ویژه ی جدید را در ماتریس بردارهای ویژه مجددا ضرب نماییم.

1. Tetrahedral [↑](#footnote-ref-1)